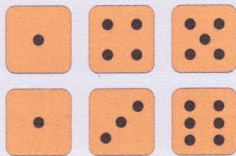


De kubussen van MacMahon

Als je de ogen van tegenover elkaar liggende vlakken van een dobbelsteen optelt, is de som altijd 7. Hoeveel mogelijke dobbelstenen zijn er eigenlijk? Twee: de steen en zijn spiegelbeeld.

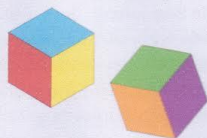


De patronen van ogen betrekken we in de vraag naar het aantal dobbelstenen.



Drie ogencombinaties zijn viervoudig symmetrisch (1, 4 en 5); de andere zijn tweevoudig symmetrisch (2, 3 en 6). Dus hoeveel dobbelstenen? Combineren we alles onder de voorwaarde dat tegenoverliggende vlakken optellen tot 7, dan vinden we $2 \times 2 \times 2 = 16$.

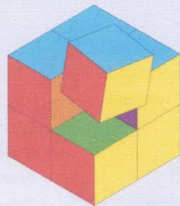
Hoe zit het met kinderdobbelstenen, die geen ogen hebben maar kleurvlakken? Hier is geen



standaard voor de verdeling van de kleuren, of wel? Aan het eind van de 19e eeuw vroeg de Engelse legerofficier Major Percy Alexander MacMahon zich af hoe dat

nu zat met die kleurendobbelstenen. Het aardige is dat hij de vraag oploste en dat de oplossing een aantal kleurdobbelstenen opleverde waarmee je een spel kunt spelen dat naar hem is vernoemd.

MacMahon liet in 1892 de 'The Mayblox Puzzle' registreren. Hij bestond uit een set van acht kubussen met kleurvlakken in zes kleuren. Voeg je alle acht kubussen samen, dan kun je een grote kubus maken met op elk groot zijvlak een van de zes kleuren, en zó dat binnenin de grote kubus alleen gelijke kleurvlakken tegen elkaar aanliggen.



In zijn boek *Mathematical Pastimes* (uitgave 1921) gaat MacMahon er verder op in. Er blijken precies dertig verschillende kubussen met combinaties van zes kleuren op de zijvlakken te zijn. Begin met kleur 1 op een willekeurig vlak. Dan zijn er vijf mogelijkheden om kleur 2 op het tegenoverliggende vlak aan te brengen. Het maakt dan geen verschil waar we kleur 3 plaatsen. Voor kleur 4 blijven er dan drie mogelijkheden over en voor kleur 5 nog twee. Kleur 6 kan dan alleen nog op het overblijvende vlak komen. Samen geeft dit $1 \times 5 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 = 30$ kubussen. In

het MacMahon-spel worden ze alle dertig gebruikt.

Hoe werkt het spel? Neem een willekeurige kubus uit de stapel van dertig. Deze kubus is het voorbeeld dat we in het groot gaan namaken. Daar toe zoeken we acht kubussen uit de overgebleven 29, waaruit we ons voorbeeld namaken volgens het principe van de Mayblox Puzzle, dus waarbij inwendig steeds dezelfde kleuren tegen elkaar aan liggen.

Volgens horen zeggen moet het mogelijk zijn uit de overgebleven 21 kubussen nogmaals een voorbeeld exemplaar te kiezen dat je volgens hetzelfde principe met acht van de overgebleven twintig kubussen kunt bouwen.

Doe het zelf

Voor knutselaars is het aardig om de dertig MacMahon-kubussen zelf te maken. Met enig geduld, zes kleuren lak en dertig kinderblokpuzzels kan dat eenvoudig. Koop eerst zoveel sets kinderblokpuzzels met zes plaatjes tot je dertig kubussen hebt. Deze kubussen zijn makkelijk te beschilderen, want aangezien ze zijn geplakt met papier, wordt de verf bij het schilderen niet in de kopse kanten van het hout gezogen.

Neem vervolgens zes contrasterende kleuren (bijvoorbeeld rood, blauw, geel, groen, oranje en paars) en beschilder achtereenvolgens de kubusvlakken. Hier is

zorgvuldigheid en systematiek vereist om inderdaad dertig verschillende kubussen te verkrijgen!

Is de set eenmaal klaar, dan kun je met de dertig kubussen een dominoachtig spel spelen: MacMahon-Domino. Verdeel de kubussen onder de spelers, zodanig dat elke speler evenveel kubussen heeft en er een voorraad van vijf à tien kubussen op tafel achterblijft. De jongste speler legt een van zijn kubussen geheel naar eigen inzicht op tafel. De volgende speler (klokgewijs) legt daar een van zijn kubussen tegenaan, zodanig dat de elkaar rakende vlakken dezelfde kleur hebben. De volgende speler plaatst daar weer een van zijn kubussen tegen, maar zodanig dat géén rijtje van drie ontstaat. Uiteraard hebben rakende vlakken dezelfde kleur. De volgende speler moet nu het gat dichten, zodat een vierkant grondvlak van vier kubussen ontstaat.

De speler die nu aan de beurt komt, plaatst een van zijn kubussen bovenop het grondvlak. Zo wordt het tweede niveau gevuld. Daarna volgt het derde, en zo verder. Als een speler geen kubus kan plaatsen volgens de regels (rakende vlakken hebben gelijke kleuren, en elk niveau wordt volgemaakt voordat aan het volgende wordt begonnen), dan neemt hij een kubus van de stapel en voegt die toe aan zijn voorraad, waarna zijn beurt voorbij is. De speler die als eerste al zijn kubussen kwijt is, wint.

Fred Horn